

LAVORO DI MATEMATICA

1. Date le seguenti trasformazioni affini, trova le trasformazioni inverse:

$$(a) \begin{cases} x' = 2x + 3y \\ y' = -4x - y \end{cases}$$

$$(b) \begin{cases} x' = x - 2y + 1 \\ y' = 2x - 2y + 3 \end{cases}$$

$$(c) \begin{cases} x' = 4x - 5y + 1 \\ y' = x - y + 3 \end{cases}$$

2. Data l'affinità a di equazioni:

$$a : \begin{cases} x' = -x + 3y + 2 \\ y' = -2x + 5y - 3 \end{cases}$$

- trova il trasformato del triangolo OAB di vertici $O = (0, 0)$, $A = (1, 0)$, $B = (0, 1)$;
- se nelle equazioni dell'affinità non comparissero i termini noti 2 e -3 , quale sarebbe l'immagine del triangolo OAB ? in quale relazione sarebbe con il triangolo trovato precedentemente?
- trova le equazioni della trasformazione inversa a^{-1} (puoi passare a sinistra i termini noti e risolvere il sistema con Cramer, oppure usare la matrice inversa);
- considera una retta di tipo $x = k$ (cioè una retta parallela all'asse delle ordinate): in quale retta si trasforma? Possiamo dire che la direzione parallela all'asse delle ordinate è una direzione invariante?
- considera una retta di tipo $y = mx + q$: in quale retta viene trasformata dall'affinità? qual è il coefficiente angolare della retta trasformata?
- confronta il coefficiente angolare m della retta di partenza e quello della retta che ottieni: esistono valori di m per i quali i due coefficienti sono uguali? in tal caso le rette con quel coefficiente angolare vengono trasformate in rette parallele? (se ciò avviene, il coefficiente angolare di tali rette definisce una direzione invariante)
- fra le rette che hanno direzione invariante, esistono anche rette che si trasformano esattamente in se stesse? (per trovarlo non si deve chiedere solo che le rette abbiano il coefficiente angolare uguale, ma anche il termine noto); in tal caso le rette si dicono unite;
- nel caso che vi siano rette unite, possiamo dire che sono anche puntualmente unite, cioè fisse? (una retta è fissa se ogni suo punto è un punto fisso)

3. Rispondere alle seguenti domande per scritto e dando una motivazione appropriata:

- scrivere la definizione di rotazione nel piano. La rotazione è un'isometria diretta o invertente? Che cosa si può ottenere componendo due rotazioni? (giustificazione analitica e sintetica)
- è possibile ottenere una rotazione componendo due simmetrie assiali? È possibile ottenere una simmetria assiale componendo due rotazioni?
- che isometria posso ottenere se compongo due simmetrie assiali?
- che isometria ottengo se compongo una simmetria assiale e una traslazione?
- la mia nave sta colando a picco, posso salvarmi, ma devo buttare via tutte le isometrie che ho tranne una. Quale devo salvare? (cioè qual è l'isometria capace di generare tutte le altre?)

4. Dopo aver verificato che la seguente trasformazione:

$$\begin{cases} x' = -\frac{1}{\sqrt{10}}x - \frac{3}{\sqrt{10}}y + 3 \\ y' = -\frac{3}{\sqrt{10}}x + \frac{1}{\sqrt{10}}y + \sqrt{10} - 1 \end{cases}$$

è una simmetria assiale:

- trova l'equazione dell'asse di simmetria;

- (b) trova l'angolo che tale asse forma con la direzione positiva dell'asse delle ascisse;
 - (c) trova l'equazione della retta r' trasformata mediante questa simmetria della retta r di equazione $y = \frac{1}{2}x - 1$.
5. Trova le equazioni della simmetria assiale di asse $y = 2x$.
6. In un sistema cartesiano ortogonale sono assegnati i punti: $A(0, 2)$, $B(1, 1)$, $C(1, 0)$.
- (a) trova l'equazione della circonferenza \mathcal{C} inscritta nel triangolo OAB .
 - (b) determina le equazioni dell'affinità a che ha come punti uniti i punti O e C e trasforma il punto B nel punto A .
 - (c) calcola l'area del triangolo CAA' , dove A' è il punto trasformato di A nell'affinità a .
 - (d) stabilisci se l'affinità a ha altri punti uniti, oltre ad O e C , e trova le sue rette unite.
 - (e) stabilisci quali, fra le rette unite trovate, risultano tangenti o esterne a \mathcal{C} .