

LAVORO DI MATEMATICA

Sul libro di testo avete moltissime proposte di esercizi che potete utilizzare per prepararvi. Io aggiungo qualche esercizio preso dal mio archivio.

1. E' data la trasformazione del piano in sé di equazioni:

$$\begin{cases} x' = x + hy \\ y' = x + h^2y \end{cases}$$

dove h è un parametro reale.

- stabilire per quali valori di h la trasformazione non è un'affinità;
 - stabilire per quale valore di h la trasformazione rappresenta una similitudine, definire in tal caso il rapporto di similitudine;
 - sostituire al parametro h il valore -2 e studiare la trasformazione, cercandone la costante di affinità, le eventuali direzioni invarianti, rette unite, rette fisse.
2. Data la similitudine di equazioni:

$$\begin{cases} x' = 4x - 3y + 1 \\ y' = 3x + 4y - 6 \end{cases}$$

scomporla nel prodotto di un'omotetia con centro l'origine e di una rotazione, della quale si chiedono le coordinate del centro e l'angolo.

3. Una similitudine invertente σ trasforma il punto $A \equiv (2, 4)$ nel punto $A' \equiv (14, 2)$ e il punto $B \equiv (3, 2)$ nel punto $B' \equiv (9, 7)$.
- trovare le equazioni della similitudine σ ;
 - esprimere σ come composizione di un'omotetia di centro l'origine e di una simmetria assiale s ;
 - trovare, se esistono, direzioni invarianti, rette unite e rette fisse della similitudine;
 - un punto C di ascissa 6 appartiene all'asse s . Trovare le coordinate di $C' = \sigma(C)$ e calcolare l'area del triangolo $A'B'C'$.
4. Sono dati nel piano i punti $A \equiv (-3, -1)$, $B \equiv (0, -1)$, $C \equiv (0, 1)$, $D \equiv (-3, 1)$, $E \equiv (0, -2)$, $F \equiv (6, -2)$, $G \equiv (6, 2)$, $H \equiv (0, 2)$. Individuare tutte le similitudini che trasformano il rettangolo $ABCD$ nel rettangolo $EFGH$, esprimendone le equazioni. Fra le trasformazioni c'è un'omotetia?
5. Un'omotetia di centro l'origine che non sia un'isometria può trasformare una parabola in sé?
6. Determina le equazioni della similitudine s che trasforma il triangolo di vertici $A = (-1, 2)$, $B = (0, 2)$, $C = (1, 0)$ nel triangolo di vertici $A' = (-7, 11)$, $B' = (-8, 7)$, $C' = (-1, 2)$.
- determina il fattore di scala fra le lunghezze;
 - trova il punto fisso F di s ;
 - scomponi s nel prodotto di una omotetia e di una isometria.

7. Siano date le affinità

$$a_1 : \begin{cases} x' = x - y + 1 \\ y' = x + y - 1 \end{cases}$$

e

$$a_2 : \begin{cases} x' = 2x + y - 1 \\ y' = -x - y + 1 \end{cases}$$

- trova le equazioni dell'affinità $a_2 \circ a_1$;
- scrivi le matrici M_1 associata all'affinità a_1 e M_2 associata all'affinità a_2 ; verifica che il prodotto righe per colonne $M_2 \times M_1$ fornisce la matrice associata all'affinità $a_2 \circ a_1$;
- verifica che la composizione di affinità non è commutativa calcolando $a_1 \circ a_2$.