

# COMPITO DI MATEMATICA

classe 4 H

27 febbraio 2024

Risolvi i seguenti esercizi nell'ordine che preferisci. Indica chiaramente il riferimento all'esercizio che intendi affrontare. Gli esercizi devono essere svolti con la penna; solo i grafici e i disegni possono essere tracciati con il lapis.

1. Classifica le seguenti trasformazioni (isometrie, similitudini, omotetie, affinità), specificando se sono dirette o invertenti:

$$\text{a): } \begin{cases} x' = \frac{4}{5}x + \frac{7}{10}y + 2 \\ y' = -\frac{7}{10}x + \frac{4}{5}y - 1 \end{cases} \quad \text{b): } \begin{cases} x' = \frac{15}{17}x - \frac{8}{17}y + \frac{2}{17} \\ y' = \frac{8}{17}x + \frac{15}{17}y - \frac{12}{17} \end{cases} \quad \text{c): } \begin{cases} x' = 2x - 3 \\ y' = 2y + 3 \end{cases} \quad \text{d): } \begin{cases} x' = -2y \\ y' = -3x + 4 \end{cases}$$

2. Il determinante di una matrice di affinità è 1: l'affinità è necessariamente un'isometria? In caso di risposta affermativa fornisci una giustificazione, in caso di risposta negativa un controesempio.

3. Data l'affinità di equazioni:

$$\begin{cases} x' = -3x + 2y \\ y' = x - 4y \end{cases}$$

- (a) trova il rapporto fra le aree di figure corrispondenti;
- (b) stabilisci se l'affinità è diretta o invertente;
- (c) trova le equazioni della affinità inversa;
- (d) trova l'equazione della retta  $r'$ , trasformata di una generica retta  $r$  del piano, mediante l'affinità (non dimenticare di considerare separatamente le rette che non si possono descrivere in forma esplicita);
- (e) stabilisci se l'affinità ammette direzioni invarianti, rette unite (globalmente unite) e rette fisse (puntualmente unite).
4. Sia  $\sigma$  l'omotetia di centro  $C = (-3, 2)$  e rapporto 2 e  $\rho$  la rotazione di centro  $D = (1, 1)$  e di ampiezza  $\frac{\pi}{3}$ .
- (a) verifica che  $\sigma \circ \rho \neq \rho \circ \sigma$ ;
- (b) trova il punto fisso della similitudine  $\rho \circ \sigma$ .
5. Dimostra che ogni similitudine che non sia un'isometria ammette un punto fisso (che è unico).